UNIVERSIDAD ANDRES BELLO

FACULTAD DE INGENIERIA

INGENIERIA CIVIL INDUSTRIAL

**ICI 2207 – TALLER DE MODELAMIENTO MATEMATICO 27.08.20**

**PAUTA GUIA 1 – FORMULACION DE PROBLEMAS DE PL**

**PROBLEMA 1**

Una cervecería artesanal dispone de 7.000 litros de cerveza para envasar. La cervecería sólo envasa en tamaño Familiar (700 cc), e Individual (350 cc).

Por cada botella de cerveza Familiar la cervecería obtiene una ganancia neta de $30, mientras que por cada botella Individual, la ganancia neta es de $10.

La cervecería dispone de suficientes envases en stock para envasar toda la cerveza en cualquiera de los dos tamaños. Sin embargo, sólo dispone de un total de 15.000 tapas (se usa la misma tapa para ambos tamaños).

Además, la cervecería debe envasar un mínimo de 6.000 unidades de cerveza Individual, para cumplir con pedidos pendientes.

Determine cuántas botellas de cada tipo se debe envasar para obtener la máxima ganancia, cumpliendo con las restricciones del problema.

**R: Variables de Decisión:**

XF: unidades de botellas familiares a envasar

XI: unidades de botellas individuales a envasar

**Función Objetivo:**

MAX 30 XF + 10 XI Maximizar ganacia, en $

**Restricciones:**

0.7 XF + 0.35 XI <= 7000 Cerveza disponible, en litros

XF + XI <= 15000 Tapas disponbles, en unidades

XI >= 6000 Mínimo de envases individuales

XF, XI >= 0

**PROBLEMA 2**

Súper Leche S.A. tiene dos máquinas distintas para procesar leche pura, y producir leche descremada, mantequilla o queso. Para obtener cada producto, la leche pura se debe procesar en ambas máquinas. La cantidad de tiempo requerido en cada máquina para producir cada unidad de producto resultante, y las ganancias netas, se proporcionan en la siguiente tabla:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Leche descremada | Mantequilla | Queso |
| Máquina 1 | 0.2 min / litro | 0.5 min / kg | 1.5 min / kg |
| Máquina 2 | 0.3 min / litro | 0.7 min / kg | 1.2 min / kg |
| Ganancia neta | $ 110 / litro | $ 190 / kg | $ 360 / kg |

Suponiendo que se dispone de 8 horas en cada máquina diariamente, como gerente del departamento de producción, formule un modelo para determinar un plan de producción diaria que maximice las ganancias corporativas netas y produzca un mínimo de 300 litros de leche descremada, 200 kilos de mantequilla y 100 kilos de queso.

**Variables de decisión:**

L: producción diaria de leche descremada, en litros

M: producción diaria de mantequilla, en kilos

Q: producción diaria de queso, en kilos

**Base de cálculo:** 1 día de producción

**Función objetivo:**

MAX 110 L + 190 M + 360 Q (ganancia máxima, en $)

**Restricciones:**

0.2 L + 0.5 M + 1.5 Q < 8 x 60 (capacidad máxima de máquina 1, en minutos)

0.3 L + 0.7 M + 1.2 Q < 8 x 60 (capacidad máxima de máquina 2, en minutos)

L > 300 (producción mínima de leche descremada, en litros por día)

M > 200 (producción mínima de mantequilla, en kilos por día)

Q > 100 (producción mínima de queso, en kilos por día)

L, Q, M >= 0

**PROBLEMA 3**

Tornillos Ltda. debe producir al menos 600.000 tornillos pequeños y 400.000 tornillos grandes para satisfacer la demanda de las siguientes 4 semanas. Estos tornillos pueden producirse en 2 maquinas distintas, cada una de las cuales esta disponible 40 horas a la semana. Los requerimientos de costo y tiempo para producir cada tamaño de tornillo en cada maquina y el precio de venta de cada tamaño de tornillo se muestran en la siguiente tabla:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Tornillos pequeños | Tornillos grandes |
| Precio de venta ($ / 1000) | 27.50 | 32.50 |
| Costo en la máquina 1 ($ / 1000) | 6.25 | 7.75 |
| Costo en la máquina 2 ($ / 1000) | 8.00 | 9.25 |
| Tiempo en la máquina 1 (min / 1000) | 25 | 45 |
| Tiempo en la máquina 2 (min / 1000) | 18 | 32 |

El gerente de producción necesita formular un modelo para maximizar la ganancia y satisfacer la demanda con la disponibilidad limitada de tiempo de maquina en las siguientes 4 semanas.

**Variables de decisión:**

P1: tornillos pequeños a producir en el mes en máquina 1, en miles de unidades

P2: tornillos pequeños a producir en el mes en máquina 2, en miles de unidades

G1: tornillos grandes a producir en el mes en máquina 1, en miles de unidades

G2: tornillos grandes a producir en el mes en máquina 2, en miles de unidades

**Base de cálculo:** 1 mes de producción = 4 semanas de producción

**Función objetivo:**

MAX 27.5 (P1 + P2) + 32.5 (G1 + G2) – 6.25 P1 – 8.0 P2 – 7.75 G1 – 9.25 G2 [$]

(ganancia máxima del mes, en $)

**Restricciones:**

25 P1 + 45 G1 < 40 x 4 x 60 (tiempo de máquina 1, en minutos por mes)

18 P2 + 32 G2 < 40 x 4 x 60 (tiempo de máquina 2, en minutos por mes)

P1 + P2 > 600 (producción mínima de tornillos pequeños, en miles de unidades)

G1 + G2 > 400 (producción mínima de tornillos grandes, en miles de unidades)

P1, P2, P3, P4 > 0 (variables de decisión deben ser mayores o iguales a cero)

**PROBLEMA 4**

En su consumo diario promedio de alimento, un animal rapaz necesita 10 unidades del nutriente A, 12 unidades de nutriente B y 12 unidades de nutriente C. Estos requerimientos se satisfacen cazando dos tipos de especies. Una presa de la especie I suministra 5, 2 y 1 unidades de los nutrientes A, B y C, respectivamente. Una presa de especie II suministra 1, 2 y 4 unidades de los nutrientes A, B y C, respectivamente.

Capturar y digerir una presa de la especie I requiere 3 unidades de energía, en promedio. El gasto de energía correspondiente para la especie II es de 2 unidades.

¿Cuántas presas de cada especie deberá capturar el predador para satisfacer sus necesidades nutritivas, haciendo un gasto mínimo de energía?

**Variables de decisión:**

X1: cantidad de presas tipo I a cazar y digerir por día

X2: cantidad de presas tipo II a cazar y digerir por día

**Función objetivo:**

MIN 3 X1 + 2 X2 (mínimo consumo promedio de energía, en unidades de energía)

**Restricciones:**

5 X1 + X2 > 10 (requerimiento mínimo de nutriente A, en unidades de nutriente)

2 X1 + 2 X2 > 12 (requerimiento mínimo de nutriente B, en unidades de nutriente)

X1 + 4 X2 > 12 (requerimiento mínimo de nutriente C, en unidades de nutriente)

X1, X2 > 0 (variables de decisión deben ser mayores o iguales a cero y enteras)

**PROBLEMA 5**

La empresa pisquera Sol del Norte fabrica tres tipos de pisco: Pisco Premium (PP), Pisco 45° (P45), y Pisco 35° (P35). Para fabricar estos destilados usa dos mostos: Mosto Normal (MN), y Mosto Asoleado (MA).

Un litro de MN cuesta $ 300, y un litro de MA cuesta $ 500. En el siguiente cuadro se indican los rendimientos que se obtienen de un litro, para cada tipo de mosto. Los valores están expresados en litros.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Mosto** | **Premium** | **45** | **35** | **Pérdida** |
| Normal | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.1 |
| Asoleado | 0.35 | 0.15 | 0.45 | 0.05 |

Las pérdidas generadas por el mosto deben ser tratadas, lo que genera un costo por litro de $ 7 para el mosto normal, y $ 4 para el mosto asoleado.

La empresa tiene que cumplir con los siguientes compromisos mínimos de producción para el siguiente mes:

|  |  |
| --- | --- |
| **Pisco** | **Producción mínima (litros)** |
| Premium | 27.000 |
| 45° | 83.000 |
| 35° | 108.000 |

Formule un modelo de programación lineal que permita determinar la cantidad de cada mosto a comprar, para cumplir con los compromisos mínimos de producción de pisco, con el menor costo total de producción (costo de mostos y de pérdidas).

**Variables de decisión:**

MN: litros de mosto normal a comprar y destilar en el mes

MA: litros de mosto asoleado a comprar y destilar en el mes

**Función objetivo:**

MIN 300 MN + 500 MA + 7 x 0.1 MN + 4 x 0.05 MA (costo de producción, en $)

**Restricciones:**

0.20 MN + 0.35 MA > 27.000 (producción mínima Premium, en litros)

0.30 MN + 0.15 MA > 83.000 (producción mínima 45°, en litros)

0.40 MN + 0.45 MA > 108.000 (producción mínima 35°, en litros)

MN, MA > 0 (variables de decisión deben ser mayores o iguales a cero)

**PROBLEMA 6**

Una empresa produce y vende sábanas bordadas de dos plazas. Para la fabricación de las sábanas tiene tres opciones: usar la máquina 1 o la máquina 2, o comprarlas a un tercero. En los tres casos, el bordado se hace en la empresa, en la máquina bordadora.

El costo de fabricar las sábanas es de $ 3.000 por unidad en la máquina 1, y de $ 2.900 por unidad, si se fabrican en la máquina 2. El costo del bordado es de $ 1.200 por unidad. Estos costos incluyen materiales, mano de obra, y otros gastos menores de fabricación. Las sábanas que se compran a un tercero (sin bordar) cuestan $ 3.600 por unidad.

Las sábanas fabricadas en la máquina 1 requieren de 0.25 hh (hora hombre) por unidad, y si se fabrican en la máquina 2 requieren 0.3 hh por unidad. Para bordar una sábana se requiere 0.4 hh por unidad. En total, se dispone de 240 hh diarias que pueden ser usadas indistintamente para el bordado o fabricación.

En total, la empresa debe garantizar una producción diaria de al menos 350 unidades. Por políticas de la empresa, las sabanas compradas no pueden exceder el 20% del total de sabanas producidas al día. Para efectos de este párrafo, se consideran producción propia todas las sábanas bordadas en la empresa, aunque sólo se haya realizado el bordado.

Se pide formular un modelo de PL que permita determinar la cantidad de sabanas fabricadas en la máquina 1, en la máquina 2, y compradas a terceros, con el fin de cumplir con los requerimientos diarios de producción, con el menor costo posible.

**Variables de decisión**

S1: cantidad de sábanas fabricadas en máquina 1

S2: cantidad de sábanas fabricadas en máquina 2

SC: cantidad de sábanas compradas

**Base de cálculo:** 1 día de producción

**Función objetivo**

Costos ($/unidad)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Fabricación | Bordado | **Total** |
| Maquina 1 | 3.000 | 1.200 | **4.200** |
| Máquina 2 | 2.900 | 1.200 | **4.100** |
| Compradas | 3.600 | 1.200 | **4.800** |

MIN (3.0 + 1.2) S1 + (2.9 + 1.2) S2 + (3.6 + 1.2) SC (miles de $)

**Restricciones**

Horas hombre: 0.25 S1 + 0.3 S2 + 0.4 (S1 + S2 + SC) <= 240 (hrs hom)

Producción diaria: S1 + S2 + SC >= 350 (unidades)

Horas hombre: SC <= 0.2 (S1 + S2 + SC) (unidades)

No negatividad: S1, S2, SC >= 0

**PROBLEMA 7**

Una fábrica de jugo debe envasar un mínimo de 3.000 litros de jugo vitamina naranja, que tenga al menos 150 mg / litro de vitamina C.

Para ello, puede usar jugo de naranja fabricado internamente (de tipo A o B), o comprar el jugo a terceros, y sólo envasarlo. A continuación se entrega la siguiente información para los 3 jugos:

* Costo de fabricación (en $/litro), que incluye materia prima, mano de obra y otros gastos de fabricación.
* Contenido de vitamina C (en mg/litro)
* Consumo de naranjas (en kgs/litro)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Concentrado | Costo ($/lt) | Vitamina C (mg/lt) | Consumo (kgs/lt) |
| Tipo A | 600 | 180 | 1.5 |
| Tipo B | 400 | 110 | 1.7 |
| Comprado | 800 | 130 | --- |

Se dispone de un total de 3.5 toneladas de naranjas para fabricar jugo. Además, el jugo comprado no puede ser mas de un 25% del jugo total envasado. El litro de jugo envasado se vende en $ 1.400 por litro.

Se pide formular un modelo de PL que permita determinar la cantidad de jugo de cada tipo a fabricar, y de jugo a comprar, con el fin obtener la mayor ganancia posible, cumpliendo con las restricciones del problema.

**Variables de decisión:**

A: litros de jugo tipo A

B: litros de jugo tipo B

C: litros de jugo comprado

**Datos ingresos y costos para FO:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Ingreso ($/lt) | Costo ($/lt) | **Margen ($/lt)** |
| Tipo A | 1.400 | 600 | **800** |
| Tipo B | 1.400 | 400 | **1.000** |
| Comprado | 1.400 | 800 | **600** |

**Función objetivo:**

MAX (1.4 – 0.8) A + (1.4 – 0.4) B + (1.4 – 0.8) C (M$)

**Restricciones:**

Mínimo a fabricar: A + B + C >= 3.000 (litros)

Vitamina C: (180 A + 110 B + 130 C) >= 150 (A + B + C) (mg)

Disponibilidad naranja: 1.5 A + 1.7 B <= 3500 (kgs)

Máximo jugo comprado: C <= 0.25 (A + B + C) (litros)

No negatividad: A, B, C >= 0

**PROBLEMA 8**

XYZ fabrica 3 productos de caucho: Airtex (material esponjoso), Extendex (material elástico) y Resistex (material rígido).

Los 3 productos requieren los mismos 3 polímeros químicos y una base. En el siguiente cuadro se indican los kilos de cada componente requeridos para obtener un kilo de producto final.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Productos** | **Polímero A** | **Polímero B** | **Polímero C** | **Base** |
| Airtex | 0,15 | 0,2 | 0,05 | 0,6 |
| Extendex | 0,3 | 0,1 | 0,1 | 0,5 |
| Resistex | 0,05 | 0,15 | 0,45 | 0,35 |

XYZ tiene el compromiso de producir al menos 1000 kilos de Airtex, 500 kilos de Extendex y 400 kilos de Resistex para la próxima semana. Los inventarios actuales de los componentes son 1200 kilos del polímero A, 1000 kilos del polímero B, 1300 kilos del polímero C y 3000 kilos de la base. Cada kilo de Airtex produce a la compañía una ganancia de $8, cada kilo de Extendex una de $7 y cada kilo de Resistex $6.

Además, el polímero B se puede vender directamente con una ganancia de $ 5 por kilo, pero por política de la empresa, la venta de este producto no debe superar el 20% de la venta total (de los 4 productos)

Se pide determinar un modelo que permita determinar la combinación óptima de producción y venta para la próxima semana.

**Variables de decisión**

A: kilos de Airtex producidos y vendidos por semana

E: kilos de Extendex producidos y vendidos por semana

R: kilos de Resistex producidos y vendidos por semana

B: kilos de polímero B vendidos por semana

**Función objetivo**

MAX 8 A + 7 E + 6 R + 5 B Ganancia semanales [$]

**Restricciones**

A ≥ 1000 Venta mínima de Airtex, en kgs

E ≥ 500 Venta mínima de Extendex, en kgs

R ≥ 400 Venta mínima de Resistex, en kgs

0,15 A + 0,30 E + 0,05 R ≤ 1200 Inventario Polímero A, en kgs

0,20 A + 0,10 E + 0,15 R + B ≤ 1000 Inventario Polímero B, en kgs

0,05 A + 0,10 E + 0,45 R ≤ 1300 Inventario Polímero C, en kgs

0,60 A + 0,50 E + 0,35 R ≤ 3000 Inventario de Base, en kgs

B ≤ 0,2 (A + E + R + B) Venta máxima de B, en kgs

A, E, R, B ≥ 0 No negatividad